**Практикум 2.2. Приложения определенного интеграла**

***Цель работы*** – научиться использовать средства пакета MatLab для вычисления площадей плоских фигур, длин дуг, объемов тел вращения.

**Упражнение 1.**

Построить график функции  на отрезке  Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиком функции и линиями   

x = 0:pi/100:pi/2;

y = x.\*cos(x);

y1 = -pi/2:pi/100:pi/2;

x1 = 0;

y2 = -pi/2:pi/100:pi/2;

x2 = pi/2;

x3 = -pi/2:pi/100:pi/2;

y3 = 0;

plot(x,y)

hold on

plot(x1,y1,'g-')

plot(x2,y2,'r-')

plot(x3,y3,'m-')

axis equal

grid on

f = quad('x.\*cos(x)',0,pi/2)



*f = 0.5708*

**Упражнение 2.**

Построить графики функций  и  Найти точки пересечения графиков. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками.

syms x

figure(2)

f1 = @(x)x^2+2\*x;

f2 = @(x)7-4\*x-x^2;

hold on

fplot(f1,[-5 2])

fplot(f2,[-5 2])

grid on

solve((x^2+2\*x)-(7-4\*x-x^2))

a = ans(1);

b = ans(2);

int((7-4\*x-x^2)-(x^2+2\*x),a,b)

vpa(ans,4)



*ans =*

*- 23^(1/2)/2 - 3/2*

*23^(1/2)/2 - 3/2*

*ans =*

*(23\*23^(1/2))/3*

*ans = 36.77*

**Упражнение 3.**

Построить графики функций, заданные параметрически. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками. Упражнение проделать с использованием MatLab и аналитически, сопоставить результаты:

а)  , ;

б)  , .

t = 0:pi/200:2\*pi;

x = cos(t);

y = sin(t);

plot(x,y)

grid on

x = 2\*cos(t);

y = 3\*sin(t);

plot(x,y)

grid on

x = 2\*cos(t);

y = 3\*sin(t);

plot(x,y)

syms t

x1 = cos(t);

y1 = sin(t);

x2 = 2\*cos(t);

y2 = 3\*sin(t);

S1 = int(abs(y1\*diff(x1)),0,2\*pi)

vpa(S1,5)

S2 = int(abs(y2\*diff(x2)),0,2\*pi)

vpa(S2,5)



*S1 = pi*

*ans = 3.1416*

*S2 = 6\*pi*

*ans = 18.85*

**Упражнение 4.**

Построить фигуру, ограниченную графиком логарифмической спирали  и прямыми   Найти площадь фигуры.

t = 0:pi/200:2\*pi;

r = exp(t);

polar(t,r);

syms x

S = 1/2\*int(exp(x)^2,x,0,2\*pi)



S = exp(4\*pi)/4 - 1/4

**Упражнение 5.**

Найти длину дуги параболы  от точки  до точки 

y = x^2;

yl = diff(y);

L = int(sqrt(1 + yl^2),1,2)

vpa(L,4)

x1 = -2:0.001:1;

x2 = 1:0.001:2;

y1 = x1.^2;

y2 = x2.^2;

hold on

plot(x1,y1)

plot(x2,y2,'r')

plot(1,1,'or')

plot(2,4,'or')

grid on



*L =*

*log(17^(1/2) + 4)/4 - log(5^(1/2) + 2)/4 - 5^(1/2)/2 + 17^(1/2)*

*ans = 3.168*

**Упражнение 6.**

Найти длину замкнутой кривой, заданной параметрическими уравнениями  , .

syms t

x = 2\*cos(t);

y = 3\*sin(t);

xl = diff(x);

yl = diff(y);

quad('((-2\*sin(x)).^2+(3\*cos(x)).^2).^(1/2)',0,2\*pi)

*xl =(-2)\*sin(t)*

*yl =3\*cos(t)*

*ans = 15.8654*

**Упражнение 7.**

Вычислить длину замкнутой кривой, задаваемой уравнением 

r=4\*(1+cos(t));

s=int(sqrt(r^2+diff(r)^2),0,2\*pi)

*s = 32*

**Упражнение 8.**

Вычислить объем тела, полученного при вращении криволинейной трапеции, ограниченной графиком функции  и прямой  ():

а) относительно оси  б) относительно оси 

y = sin(x);

Vx = pi\*int(y^2,x,0,pi)

Vy = 2\*pi\*int(x\*y,x,0,pi)

*Vx = pi^2/2*

*Vy = 2\*pi^2*

**Индивидуальные задания**

**Задание 1.**

Вычислить длину дуги лемнискаты , лежащей внутри окружности , сделать геометрическую иллюстрацию.

**Задание 2.** Построить фигуру, ограниченную кривыми. Вычислить объем тела, полученного при вращении фигуры

а) относительно оси  б) относительно оси 

, .

x = -1:0.1:1;

y1 = 2 - (x.^2)./2;

y2 = 4 - (5.\*x.^2)./2;

plot(x,y1)

hold on

plot(x,y2)

grid on

syms x

y1 = 2 - (x^2)/2;

y2 = 4 - (5\*x^2)/2;

V1x = pi\*int(y1^2,x,-1,1);

V2x = pi\*int(y2^2,x,-1,1);

Vx = V2x - V1x

V1y = 2\*pi\*int(y1\*x,x,1.5,2);

V2y = 2\*pi\*int(y2\*x,x,1.5,4);

Vy = V1y - V2y



*Vx = (72\*pi)/5*

*Vy = (4151\*pi)/16*